



## Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) для промежуточной аттестации по дисциплине «Элементарная математика» разработан в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125 основной профессиональной образовательной программой высшего образования 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика» и «Физика» с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 декабря 2013 г., регистрационный № 30550), с изменениями, внесенными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 25 декабря 2014 г. № 1115н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 февраля 2015 г., регистрационный № 36091) и от 5 августа 2016 г. № 422н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 23 августа 2016 г., регистрационный № 43326).

Цель ФОС для промежуточной аттестации – установление уровня сформированности части компетенции УК-1.

Задачи ФОС для промежуточной аттестации – контроль качества и уровня достижения результатов обучения по формируемым в соответствии с учебным планом компетенциям: (перечислить код и содержание компетенции с результатами обучения).

Требование к процедуре оценки:

Помещение: помещение с проекционным оборудованием учебная лаборатория математики.

Оборудование: проектор, ноутбук.

Инструменты: линейка, циркуль, карандаш, ручка.

Расходные материалы: листы бумаги.

Доступ к дополнительным справочным материалам: не требуется.

Нормы времени: зачет – подготовка 40 минут, ответ – 20 минут; тестирование – 90 минут.

Проверяемая (ые) компетенция (и) (из опоп во):

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Проверяемый индикатор достижения компетенции:

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи.

Проверяемый (ые) результат (ы) обучения:

Умеет: на основе анализа задачи составлять схему ее решения, применяя определения и теоремы изучаемых разделов элементарной математики, необходимые для решения данной задачи.

Тип (форма) задания: теоретические вопросы

Вопросы, рекомендованные к зачёту

1. Разложение многочленов на множители. Тождественные преобразования рациональных выражений. Тождественные преобразования иррациональных выражений. Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений.

2. Доказательство неравенств. Доказательство неравенств с помощью определения. Синтетический метод доказательства неравенств. Доказательство неравенств методом от противного. Доказательство неравенств методом математической индукции. Сравнения значений числовых выражений.

3. Равносильность уравнений. Рациональные уравнения. Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля. Системы рациональных уравнений.

4. Основные понятия. Основные методы решения систем уравнений. Однородные системы. Симметрические системы. Задачи на составление уравнений и систем уравнений

5. Задачи на числовые зависимости. Задачи на прогрессии. Задачи на совместную работу. Задачи на сплавы и смеси. Задачи на движение.

6. Иррациональные уравнения и системы уравнений.

7. Решение иррациональных уравнений методом возведения обеих частей уравнения в одну и ту же степень. Метод введения новых переменных. Искусственные приемы решения иррациональных уравнений. Системы иррациональных уравнений.

8. Показательные уравнения.

9. Логарифмические уравнения.

10. Решение уравнений вида  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$  и уравнений, сводящихся к этому виду. Решение уравнений вида  $\log_{a(x)} f(x) = \log_{a(x)} g(x)$  и уравнений, сводящихся к этому виду. Разные логарифмические уравнения.

11. Системы показательных и логарифмических уравнений.

12. Рациональные неравенства.

13. Основные понятия. Рациональные неравенства. Системы и совокупности неравенств с одной переменной. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Задачи на составление неравенств.

14. Иррациональные неравенства.

15. Показательные неравенства.
16. Логарифмические неравенства.
17. Уравнения, системы уравнений и неравенства с параметрами.
18. Тожественные преобразования тригонометрических выражений. Тожественные преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.
19. Тригонометрические уравнения и неравенства. Тригонометрические уравнения, системы уравнений и неравенства с параметром.

Вопросы, рекомендованные к экзамену

1. Прямоугольный треугольник.
2. Равнобедренный треугольник.
3. Произвольный треугольник.
4. Параллелограмм.
5. Трапеция.
6. Окружность.
7. Вписанные и описанные треугольники.
8. Произвольное расположение окружности и треугольника.
9. Окружность и четырехугольник.
10. Площадь треугольника.
11. Площадь четырехугольника.
12. Площадь многоугольника.
13. Площади комбинированных фигур.
14. Угол между скрещивающимися прямыми.
15. Расстояние от точки до прямой, плоскости, расстояние между скрещивающимися прямыми.
16. Угол прямой с плоскостью.
17. Угол между плоскостями.
18. Двугранный и многогранный углы.
19. Площади сечений.
20. Площади поверхностей.
21. Объемы.
22. Комбинации с описанными сферами. Сфера и призма. Сфера и пирамида. Сфера и круглые тела.
23. Комбинации со вписанными сферами. Сфера и прямая призма. Сфера и пирамида. Сфера и круглые тела.
24. Комбинации фигур вращения. Разные комбинации с многогранниками и круглыми телами.

Критерии оценивания ответа:

15 баллов – ответ, показывающий знание определений, теорем, формул изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность процессов, делать выводы; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа.

10 баллов – ответ, обнаруживающий знания определений, теорем, формул изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность процессов, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа, но в ответе допущены неточности.

5 баллов – ответ, свидетельствующий в основном о знании определений, теорем, формул изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа; допускаются несколько ошибок в содержании ответа.

0 баллов – оценивается ответ, обнаруживающий незнание определений, теорем, формул изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности; допускаются серьезные ошибки в содержании ответа.

Проверяемый индикатор достижения компетенции:

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи.

Проверяемый (ые) результат (ы) обучения:

Умеет: на основе анализа задачи составлять схему ее решения, применяя определения и теоремы изучаемых разделов элементарной математики, необходимые для решения данной задачи.

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи.

Проверяемый (ые) результат (ы) обучения:

Умеет: находить и выбирать теорию, необходимую для решения данной задачи элементарной математики.

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски.

Проверяемый (ые) результат (ы) обучения:

Умеет: выбирать рациональный способ или метод решения задач элементарной математики изученных разделов, оценивая его преимущество.

Тип (форма) задания: задачи

Контрольная работа №1

Вариант 1

Часть 1

Ответ к каждому из заданий части 1 содержится среди приведенных ниже вариантов 1-4. Выберите нужный и запишите его.

1. Назовите множество всех значений  $c$ , при которых уравнение  $(c-3)x^2 - (2c+6)x - 3 = 0$  имеет один корень.

- 1) -9; 0    2) 0; 9    3) -9; 0; 3    4) -9; -3; 0

2. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{(1-x)^2} + \frac{1}{x^2-1}\right) \cdot (x-1)^2 = \frac{3x}{x+1} - 3$ .

- 1) 1,5    2) -1,5    3) 3    4) -3

3. Упростите выражение  $5 \cdot \sqrt[6]{32} - \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}$ .

- 1)  $4 \cdot \sqrt[6]{32}$     2)  $5 \cdot \sqrt[6]{32} - 2$     3)  $5 \cdot \sqrt[6]{32} - \sqrt[5]{2}$     4) 10

4. Найдите наибольшее из чисел:

- 1)  $(\sqrt{2})^{3,2}$     2)  $4^{\frac{3}{5}}$     3)  $2^{\frac{1}{3}}$     4)  $(\sqrt[3]{2})^{4,7}$

5. Назовите промежуток, содержащий все решения неравенства  $\frac{3-x}{4} - \frac{5-2x}{18} \geq 0$ .

- 1)  $(-\infty; 3,4)$     2)  $(\infty; 3,4]$     3)  $[-3; 17,5)$     4)  $[0; +\infty)$

Часть 2

Ответом на каждое задание этой части должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо указать в ответе.

6. Найдите сумму корней уравнения  $\sqrt{6x-26} = x-3$ .

7. Решите неравенство  $\sqrt{23-x} \geq 11-x$ .

8. Найдите значение выражения  $|x_1 \cdot y_1 - x_2 \cdot y_2|$ , где  $(x_1; y_1)$  и  $(x_2; y_2)$  – решение системы

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 4y = 20, \\ x^2 - 2x + y = -5 \end{cases}$$

1. Вычислите:  $\sqrt[6]{9-4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} \cdot \sqrt[3]{2+\sqrt{5}}$ .

Часть 3

Запишите полное решение заданий части 3.

2. При каком значении параметра  $a$  корень уравнения  $|x| - 2|x-a| + 3|x-2a| = 0$  равен  $-2$ ?

3. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых сумма корней уравнения  $2x + ax + \sqrt{x} = 0$  равна

4.

Контрольная работа №2

Вариант 1

Часть 1

Ответ к каждому из заданий части 1 содержится среди приведенных ниже вариантов 1-4. Выберите нужный и запишите его.

1. Вычислите  $\frac{5^x + 5^{x+2}}{5^x}$ .

- 1) 0,04    2) 25    3) -25    4) 26

2. Найдите множество значений функции  $y = \frac{5}{2^x + 1}$ .

- 1) (0;5)    2) (-5;0)    3)  $(0; \frac{1}{5})$     4) [0;5]

3. Найдите значение выражения  $2^{2-\log_2 2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 5}$ .

- 1) -1    2) 2    3) 5    4) 1

4. Укажите промежуток, которому принадлежит наибольшее целое отрицательное значение  $x$ , удовлетворяющее неравенству  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x + 1) \leq -2$ .

- 1) (-2;1)    2)  $(-\infty; -2)$     3) (1; 4]    4) (4;  $+\infty$ )

5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\left(\frac{5}{6}\right)^{13\sqrt{x}+5} = \left(\frac{6}{5}\right)^{7\sqrt{x}-45}$ .

- 1)  $(-\infty; 0]$     2) (0; 2]    3) [3; 4)    4) [4;  $+\infty$ )

Часть 2

Ответом на каждое задание этой части должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число укажите в ответе.

6. Решите уравнение:

а)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3^{x+3} = 12$ ; б)  $\lg(x-1) = 0,5 \lg(1+1,5x)$ .

7. Решите неравенство:

а)  $\lg^2 x^2 + 3 \lg x > 1$ ; б)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2} < \frac{27}{64}$ .

8. Найдите корень (или сумму корней, если их несколько) уравнения  $\log_2(x^2 - 3x - 20) = \log_2(4 - x)$ .

Часть 3

Запишите полное решение заданий части 3.

9. Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $25^x - a \cdot 5^x - a + 3 = 0$  имеет хотя бы одно решение.

10. Решите неравенство  $\log_a x + \log_a(x-2) > 1$ .

Критерии оценки:

Каждое задание части 1 оценивается в 0,5 балла; части 2 – 1 балл; части 3 – 2 балла.

Критерии оценивания задачи части 3.

Содержание критерия	Баллы
Полное верное решение	2
Верное решение, но имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение	1,5
Имеется верная последовательность всех шагов решения, но получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	1
Доказаны вспомогательные утверждения (получены вспомогательные вычисления), помогающие в решении задачи	0,5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный баллы	2

Контрольная работа №3

Вариант №1

1. Решить уравнение:

1)  $(1 + \operatorname{tg}^2 x)(1 + \sin 2x) = 1$ ;

2)  $3 \cos x + 5 \sin \frac{x}{2} + 1 = 0$ ;

3)  $4 \cos x + 2 \sin x = -4$ ;

4)  $\sin 10x + \cos 10x = \sqrt{2} \sin 15x$ .

2. Решить неравенство:

- 1)  $4 \sin 2x \cos 2x \geq \sqrt{2}$ ;
- 2)  $\sin 3x > \cos 3x$ ;
- 3)  $\operatorname{tg} 5x > 1$ .

3. Доказать тождество  $\frac{\operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{ctg} 3\beta}{\operatorname{ctg} 2\alpha + \operatorname{tg} 3\beta} = \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\operatorname{tg} 3\beta}$ .

Критерии оценивания задачи.

Содержание критерия	Баллы
Полное верное решение	2
Верное решение, но имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение	1,5
Имеется верная последовательность всех шагов решения, но получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	1
Доказаны вспомогательные утверждения (получены вспомогательные вычисления), помогающие в решении задачи	0,5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный баллы	2

#### Контрольная работа №4

##### Вариант 1

1. Две хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $N$  так, что  $DN = 16,5$ ,  $NC = 14$ , а  $AN$  на 10 больше, чем  $NB$ . Найдите длину хорды  $AB$  и радиус окружности, если  $ON = 13$  ( $O$  – центр окружности).
2. Каждая из двух окружностей, имеющих радиусы 25 и 26, проходит через концы отрезка длиной 48. Чему может быть равно расстояние между центрами этих окружностей?
3. Катеты прямоугольного треугольника равны 6 и 8. Найдите: а) радиус вписанной окружности; б) радиус описанной окружности; в) расстояние от центра вписанной окружности до вершины меньшего угла.
4. Около треугольника  $ABC$  с углами  $50^\circ$  и  $66^\circ$  описана окружность. Найдите углы треугольника, вершинами которого являются точки пересечения касательных к окружности в точках  $A$ ,  $B$  и  $C$ .
5. В равнобедренную трапецию с боковой стороной 13 и высотой 12 вписана окружность. Найдите: а) основания трапеции; б) радиус вписанной окружности; в) диагональ; г) радиус описанной окружности.

Критерии оценивания задачи.

Содержание критерия	Баллы
Полное верное решение	2
Верное решение, но имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение	1,5
Имеется верная последовательность всех шагов решения, но получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	1
Доказаны вспомогательные утверждения (получены вспомогательные вычисления), помогающие в решении задачи	0,5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный баллы	2

#### Контрольная работа №5

##### Вариант 1

Задача 1

В прямом параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $AB = 1$ ,  $BC = 7\sqrt{3}$ ,  $\angle ABC = 150^\circ$ . Через диагональ  $AC$  и вершину  $B_1$  проведена плоскость, составляющая с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

Задача 2

В наклонном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  боковое ребро равно 10, а площадь боковой поверхности – 420. Расстояние между ребрами  $AA_1$  и  $DD_1$  на 11 больше расстояния между ребрами  $AA_1$  и  $BB_1$ . Расстояние между ребрами  $BB_1$  и  $DD_1$  равно 19. Найдите углы между смежными боковыми гранями.

Задача 3

В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 4 см, а расстояние от центра основания до бокового ребра 2 см. Найдите: 1) угол между смежными боковыми гранями; 2) плоский угол при вершине пирамиды.

Критерии оценивания задачи.

Содержание критерия	Баллы
---------------------	-------

Полное верное решение	2
Верное решение, но имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение	1,5
Имеется верная последовательность всех шагов решения, но получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	1
Доказаны вспомогательные утверждения (получены вспомогательные вычисления), помогающие в решении задачи	0,5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный баллы	2

Тип (форма) задания: реферат

Темы рефератов  
Раздел «Планиметрия»

1. Равновеликие и равносторонние многоугольники.
2. Задачи на разрезание, разбиение.
3. Геометрические неравенства.
4. Основные геометрические места точек на плоскости.
5. Метод геометрических мест точек плоскости при решении задач.
6. Векторы при решении задач на доказательство.
7. Параллельный перенос при решении задач (без задач на построение).
8. Центральная симметрия при решении задач (без задач на построение).
9. Осевая симметрия при решении задач (без задач на построение).
10. Поворот при решении задач (без задач на построение).
11. Гомотетия при решении задач.
12. Подобие при решении задач.
13. Теоремы Чебы и Менелая при решении задач.
14. Теорема Пифагора. Различные способы доказательства.
15. Геометрические софизмы.
16. Метод координат на плоскости при решении задач.
17. О вневписанных окружностях.
18. Правильные многоугольники и их свойства.
19. Теоремы косинусов.
20. Комбинации окружностей.
21. Геометрические построения одним циркулем.
22. Свойства вписанного четырехугольника со взаимно перпендикулярными диагоналями.
23. Замечательные точки в треугольнике.
24. Векторы при решении задач на вычисление.
25. Применение преобразований к решению задач на построение (поворот).
26. Применение преобразований к решению задач на построение (осевая симметрия).
27. Применение преобразований к решению задач на построение (центральная симметрия).
28. Применение преобразований к решению задач на построение (параллельный перенос).
29. Задачи с практическим содержанием по теме «Треугольник».
30. Задачи с практическим содержанием по теме «Четырехугольник».
31. Задачи с практическим содержанием по теме «Окружность».
32. Задачи на восстановление фигур.
33. Инверсия и ее применение.
34. Задачи, не разрешимые средствами геометрической алгебры (трисекция угла, квадратура круга, удвоение куба).
35. Полуправильные и звездчатые многоугольники.

Раздел «Стереометрия»

1. Геометрические места точек в пространстве.
2. Геометрические места прямых в пространстве.
3. Векторы при решении стереометрических задач.
4. Метод координат при решении стереометрических задач.
5. Теоремы синусов и косинусов для трехгранных углов.
6. Правильные многогранники.
7. Полуправильные многогранники.
8. Звездчатые многогранники.
9. Тетраэдр и описанный вокруг него параллелепипед.
10. Ортоцентрический тетраэдр.
11. Прямоугольный тетраэдр.
12. Равногранный тетраэдр.
13. Стереометрические задачи, связанные с прямоугольным тетраэдром.
14. Равносторонние многогранники.

15. Преобразования пространства.
16. Геометрические неравенства в стереометрических задачах.
17. Теорема о трех синусах.
18. Векторно-координатные способы вычисления углов в пространстве.
19. Векторно-координатные способы решения задач на построение.
20. Обобщения теоремы Пифагора для пространства.

## Критерии оценивания реферата.

Критерии	Показатели
Степень раскрытия сущности проблемы 0 – 20 баллов	<ul style="list-style-type: none"> <li>– соответствие плана теме реферата;</li> <li>– соответствие содержания теме и плану реферата;</li> <li>– полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы;</li> <li>– обоснованность способов и методов работы с материалом;</li> <li>– умение работать с литературой, систематизировать и структурировать материал;</li> <li>– умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, аргументировать основные положения и выводы.</li> </ul>
Обоснованность выбора источников 0 – 10 баллов	<ul style="list-style-type: none"> <li>– круг, полнота использования литературных источников по проблеме;</li> <li>– привлечение новейших работ по проблеме (журнальные публикации, материалы сборников научных трудов и т.д.).</li> </ul>
Соблюдение требований к оформлению 0 – 5 баллов	<ul style="list-style-type: none"> <li>– правильное оформление ссылок на используемую литературу;</li> <li>– грамотность и культура изложения;</li> <li>– владение терминологией и понятийным аппаратом проблемы;</li> <li>– соблюдение требований к объему реферата;</li> <li>– культура оформления: выделение абзацев.</li> </ul>
Грамотность 0 – 5 баллов	<ul style="list-style-type: none"> <li>– отсутствие орфографических и синтаксических ошибок, стилистических погрешностей;</li> <li>– отсутствие опечаток, сокращений слов, кроме общепринятых;</li> <li>– литературный стиль.</li> </ul>