



Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) для промежуточной аттестации по дисциплине «Теория чисел» разработан в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125 основной профессиональной образовательной программой высшего образования 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика» и «Физика» с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 декабря 2013 г., регистрационный № 30550), с изменениями, внесенными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 25 декабря 2014 г. № 1115н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 февраля 2015 г., регистрационный № 36091) и от 5 августа 2016 г. № 422н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 23 августа 2016 г., регистрационный № 43326).

Цель ФОС для промежуточной аттестации – установление уровня сформированности части компетенции – УК-1

Задачи ФОС для промежуточной аттестации - контроль качества и уровня достижения результатов обучения по формируемым в соответствии с учебным планом компетенциям:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- этапы решения теоретико-числовых задач
- основные модели теории чисел

Умеет:

- осуществлять математическое моделирование в рамках дисциплины «Теория чисел»

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- знает основные теоретические положения раздела «Теория чисел»;

Умеет:

- доказывать основные теоремы теории чисел;
- находить взаимосвязь между основными положениями теории чисел и другими разделами математики

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет:

- применять теоретические положения соответствующего раздела «Теория чисел» к решению математических задач;

- проводить доказательные рассуждения при решении задач

экзамен

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: билеты к экзамену

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: 40 минут на подготовку, 15 минут на ответ

Билет к экзамену состоит из двух теоретических вопросов и одной задачи.

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемые компетенции:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- этапы решения теоретико-числовых задач
- основные модели теории чисел

Умеет:

- осуществлять математическое моделирование в рамках дисциплины «Теория чисел»

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- знает основные теоретические положения раздела «Теория чисел»;

Умеет:

- доказывать основные теоремы теории чисел;
- находить взаимосвязь между основными положениями теории чисел и другими разделами математики

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет:

- применять теоретические положения соответствующего раздела «Теория чисел» к решению математических задач;

- проводить доказательные рассуждения при решении задач

Пример типовых заданий

Вопросы к экзамену

1. Сформулируйте определение, свойства или теорему, указанную в задании.
2. Докажите некоторые из свойств, указанных в вашем задании, докажите теорему:

Теоретические вопросы к экзамену

1. Определение отношения делимости в кольце целых чисел. Свойства делимости.
2. Теорема о делении с остатком (доказать существование и единственность).
3. Наибольший общий делитель: определение, свойства
4. Алгоритм Евклида.
5. Взаимно простые числа: определение, свойства
6. Наименьшее общее кратное: определение и свойства.
7. Теорема о связи наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного двух чисел.
8. Простые и составные числа: определения, примеры, свойства.
9. Основная теорема арифметики (доказать существование представления).
10. Основная теорема арифметики (доказать единственность представления).
11. Каноническое представление числа.
12. Бесконечность множества простых чисел.
13. Теорема о наименьшем простом делителе числа. Решето Эратосфена.
14. Конечные непрерывные (цепные) дроби.
15. Свойства подходящих дробей, применение.
16. Сравнения (определение и примеры). Необходимые и достаточные условия сравнения чисел.
17. Свойства числовых сравнений.
18. Классы вычетов по модулю  $m$ .
19. Полная система вычетов по модулю  $m$  и ее свойства.
20. Приведенная система вычетов по модулю  $m$  и ее свойства.
21. Функция Эйлера.
22. Теоремы Эйлера и Ферма.
23. Теоремы о сравнении первой степени с одним неизвестным, имеющем одно решение и не имеющем решений.
24. Теоремы о сравнении первой степени с одним неизвестным, имеющем несколько решений.
25. Методы решений сравнений первой степени с одним неизвестным.
26. Система сравнений первой степени с одним неизвестным.
27. Сравнения по простому модулю с одним неизвестным.
28. Сравнения по составному модулю.
29. Показатели классов по заданному модулю.
30. Первообразные корни.
31. Индексы (основные понятия).
32. Двучленные сравнения по простому модулю.
33. Квадратичные вычеты и невычеты.
34. Символ Лежандра (свойства).
35. Арифметические приложения теории сравнений
36. Бесконечные цепные дроби
37. Представление действительных чисел цепными дробями
38. Теорема Лежандра о квадратичной иррациональности
39. Алгебраические и трансцендентные числа

Оценочный лист к типовому заданию

0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа

10 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства

15 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы

Пример типовых заданий (задачи)

1. а) Докажите, что если  $11a - 3b$  делится нацело на 12, то и  $5a + 3b$  делится на 12;
- б) Докажите, что если  $5a + 3b$  делится нацело на 13, то и  $a - 2b$  делится на 13;
2. Докажите, что при любом натуральном  $n$  выражение
  - а)  $n(n^4 - 125n^2 + 4)$  делится на 120;

- б)  $n^6 - n^2$  делится на 60;
3. Докажите, что при любых целых  $a$  и  $b$  число  $a^2 + 9ab + b^2$  делится на 11.
4. Вычислите НОД чисел
- а) 529, 1541, 1817;
- б) 572, 5746, 1118;
5. Докажите, что если  $a, b$  - неравные нечетные простые числа, то наибольший общий делитель чисел  $a + b$  и  $a - b$  равен 2;
6. Докажите, что если  $(a, b) = 1$ , то наибольший общий делитель чисел  $a + b$  и  $a - b$  равен 1 или 2;
7. Решите в натуральных числах следующую систему
- $$(a, b) = 13$$
- $$[a, b] = 1989$$
9. Докажите, что число  $800 \cdot 814 - 57 \cdot 43$  – составное.
10. Разложите в непрерывную дробь числа
- а)  $\frac{123}{17}$
- б)  $\frac{43}{78}$
11. Решите уравнения:
- а)  $10x - 3y = 19$
- б)  $12x + 7y = 13$
12. Сколько блокнотов стоимостью 3 руб. и 4 руб. можно купить на 30 рублей?
13. Найти значение функции Эйлера для чисел:
- а) 375; б) 990; в) 1400; г) 1890
14. Найдите число делителей, сумму делителей и значение функции Эйлера для числа  $n = 225225$ .
15. Найдите количество натуральных чисел, не превосходящих 12317 и взаимно простых с числом 1575
16. Найдите натуральное число, которое делится на 12 и имеет 14 различных натуральных делителей
17. Найдите натуральное число, имеющее только два простых делителя и число всех делителей 6, а сумма всех делителей которого равна 28.
18. Докажите, что  $\varphi(4n) = 2\varphi(2n)$ ,  $\varphi(4n+2) = \varphi(2n+1)$ .
19. Найдите остаток от деления числа  $117^{53}$  на 11
20. Найдите две последние цифры числа  $331^{284}$
21. Найти однозначное положительное число, 27 степень которого оканчивается цифрой 7.
22. Докажите, что  $1^1 + 2^1 + 4^1 + 5^1 + 7^1 + 8^1 \equiv 0 \pmod{9}$ .
23. Решите сравнение с помощью конечной непрерывной дроби  $4x \equiv 6 \pmod{11}$
24. Решите сравнение любым способом  $120x \equiv 160 \pmod{296}$
25. Решите систему сравнений:  $x \equiv 3 \pmod{17}$   
 $3x \equiv 6 \pmod{9}$
26. Путем испытаний вычетов полной системы найдите решения следующих сравнений
- а)  $6x \equiv 5 \pmod{9}$ ;
- б)  $x^2 - 2x + 2 \equiv 0 \pmod{3}$ ;
27. Следующие сравнения решите способом Эйлера
- а)  $5x \equiv 26 \pmod{12}$ ;
- б)  $4x \equiv 7 \pmod{8}$ .
28. Решите следующие сравнения с помощью индексов:
- а)  $x^{15} \equiv 6 \pmod{37}$ ;
- б)  $3x^3 \equiv 2 \pmod{37}$ ;
- в)  $16^x \equiv 11 \pmod{53}$ ;
- г)  $52^x \equiv 38 \pmod{61}$ ;
29. С помощью символа Лежандра выясните, какие из следующих сравнений имеют решения, найдите их решения:
- а)  $x^2 \equiv 6 \pmod{7}$ ;
- б)  $x^2 \equiv 3 \pmod{11}$ .
- Критерии оценки решенных задач:

максимальный балл за решенную задачу ставится в случае, если задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых при решении задачи.

0 баллов задача не решена или за отказ от решения задачи

5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя;

15 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения;

20 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение.

Методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

Критерии оценивания сформированности компетенции, формы (процедуры) оценивания представлены в Балльно-рейтинговой карте дисциплины.

Сформированность формируемых компетенций на уровне «знает», «умеет» проверяется в форме экзамена. На экзамене студент демонстрирует знания определений основных понятий, теорем; умение решать задачи и пояснять их решение, а также доказывает теоремы и поясняет решения задач.