

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:

ФИО: Кислова Наталья Николаевна

Должность: Проректор по УМР и качеству образования

Дата подписания: 01.09.2026 00:27:57

Уникальный программный ключ:

52802513f5b14a975b3e9b13008093d5726b159bf6064f865ae65b96a966c035

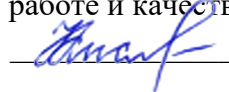
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Самарский государственный социально-педагогический университет»

Кафедра физики, математики и методики обучения

Утверждаю

Проректор по учебно-методической
работе и качеству образования

 Н.Н. Кислова

Иванюк Мария Евгеньевна

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

«Теория чисел»

Направление подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль):

«Математика» и «Физика»

Квалификация выпускника

Бакалавр

Рассмотрено

Протокол № 11 от 23.06.2026

Заседания кафедры физики, математики
и методики обучения

Одобрено

Начальник

Управления

образовательных программ



Н.А. Доманина

Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) для промежуточной аттестации по дисциплине «Теория чисел» разработан в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125 основной профессиональной образовательной программой высшего образования 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика» и «Физика» с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 декабря 2013 г., регистрационный № 30550), с изменениями, внесенными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 25 декабря 2014 г. № 1115н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 февраля 2015 г., регистрационный № 36091) и от 5 августа 2016 г. № 422н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 23 августа 2016 г., регистрационный № 43326).

Цель ФОС для промежуточной аттестации – установление уровня сформированности части компетенции – УК-1; ПК-1.

Задачи ФОС для промежуточной аттестации – контроль качества и уровня достижения результатов обучения по формируемым в соответствии с учебным планом компетенциям:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает: этапы решения теоретико-числовых задач; основные модели теории чисел

Умеет: осуществлять математическое моделирование в рамках дисциплины «Теория чисел»

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает: знает основные теоретические положения дисциплины «Теория чисел»;

Умеет: доказывать основные теоремы теории чисел; находить взаимосвязь между основными положениями теории чисел и другими разделами математики

ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету

ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания

Умеет

- применять в обучении математике основные приемы мышления: синтез, анализ, сравнение, обобщение;

- самостоятельно подбирать индивидуальные задания для работы с учащимися

Владеет

- основными приёмами поиска решения задач (совершенный и несовершенный анализ, аналогия, обобщение, конкретизация).

ПК-1.2. Реализует образовательную программу по предмету с использованием технологий профессиональной деятельности

Умеет:

- использовать знания теории чисел в педагогической деятельности

Экзамен

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: билеты к экзамену

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: 40 минут на подготовку, 15 минут на ответ

Билет к экзамену состоит из двух теоретических вопросов и одной задачи.

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемая компетенция:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Проверяемый индикатор достижения компетенции:

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету

Проверяемый индикатор достижения компетенции:

ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания

ПК-1.2. Реализует образовательную программу по предмету с использованием технологий профессиональной деятельности

Проверяемые результаты обучения:

Знает:

- этапы решения теоретико-числовых задач
- основные модели теории чисел
- знает основные теоретические положения раздела «Теория чисел»;

Умеет:

- осуществлять математическое моделирование в рамках дисциплины «Теория чисел»
- доказывать основные теоремы теории чисел;
- находить взаимосвязь между основными положениями теории чисел и другими разделами математики
- применять в обучении математике основные приемы мышления: синтез, анализ, сравнение, обобщение;
- самостоятельно подбирать индивидуальные задания для работы с учащимися
- использовать знания теории чисел в педагогической деятельности

Владеет

- - основными приёмами поиска решения задач (совершенный и несовершенный анализ, аналогия, обобщение, конкретизация).

Пример типовых заданий

Вопросы к экзамену

- 1.Сформулируйте определение, свойства или теорему, указанную в задании.
- 2.Докажите некоторые из свойств, указанных в вашем задании, докажите теорему:

Теоретические вопросы к экзамену

- 1.Определение отношения делимости в кольце целых чисел. Свойства делимости.
- 2.Теорема о делении с остатком (доказать существование и единственность).
- 3.Наибольший общий делитель: определение, свойства
- 4.Алгоритм Евклида.
- 5.Взаимно простые числа: определение, свойства
- 6.Наименьшее общее кратное: определение и свойства.
- 7.Теорема о связи наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного двух чисел.
- 8.Простые и составные числа: определения, примеры, свойства.
- 9.Основная теорема арифметики (доказать существование представления).
- 10.Основная теорема арифметики (доказать единственность представления).
- 11.Каноническое представление числа.
- 12.Бесконечность множества простых чисел.
- 13.Теорема о наименьшем простом делителе числа. Решето Эратосфена.
- 14.Конечные непрерывные (цепные) дроби.
- 15.Свойства подходящих дробей, применение.
- 16.Сравнения (определение и примеры). Необходимые и достаточные условия сравнения чисел.
- 17.Свойства числовых сравнений.
- 18.Классы вычетов по модулю m .
- 19.Полная система вычетов по модулю m и ее свойства.
- 20.Приведенная система вычетов по модулю m и ее свойства.
- 21.Функция Эйлера.
- 22.Теоремы Эйлера и Ферма.
- 23.Теоремы о сравнении первой степени с одним неизвестным, имеющем одно решение и не имеющем решений.
- 24.Теоремы о сравнении первой степени с одним неизвестным, имеющем несколько решений.
- 25.Методы решений сравнений первой степени с одним неизвестным.
- 26.Система сравнений первой степени с одним неизвестным.
- 27.Сравнения по простому модулю с одним неизвестным.
- 28.Сравнения по составному модулю.
- 29.Показатели классов по заданному модулю.
- 30.Первообразные корни.
- 31.Индексы (основные понятия).
- 32.Двучленные сравнения по простому модулю.

33. Квадратичные вычеты и невычеты.
34. Символ Лежандра (свойства).
35. Арифметические приложения теории сравнений
36. Бесконечные цепные дроби
37. Представление действительных чисел цепными дробями
38. Теорема Лежандра о квадратичной иррациональности
39. Алгебраические и трансцендентные числа

Оценочный лист к типовому заданию

0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа

10 – обучающийся знает определения рассматриваемых понятий и их свойства

15 – обучающийся знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы

Пример типовых заданий (задачи)

1. а) Докажите, что если $11a - 3b$ делится нацело на 12, то и $5a + 3b$ делится на 12;
- б) Докажите, что если $5a + 3b$ делится нацело на 13, то и $a - 2b$ делится на 13;
2. Докажите, что при любом натуральном n выражение
 - а) $n(n^4 - 125n^2 + 4)$ делится на 120;
 - б) $n^6 - n^2$ делится на 60;
3. Докажите, что при любых целых a и b число $a^2 + 9ab + b^2$ делится на 11.
4. Вычислите НОД чисел
 - а) 529, 1541, 1817;
 - б) 572, 5746, 1118;
5. Докажите, что если a, b – неравные нечетные простые числа, то наибольший общий делитель чисел $a + b$ и $a - b$ равен 2;
6. Докажите, что если $(a, b) = 1$, то наибольший общий делитель чисел $a + b$ и $a - b$ равен 1 или 2;
7. Решите в натуральных числах следующую систему

$$(a, b) = 13$$

$$[a, b] = 1989$$
9. Докажите, что число $800 \cdot 814 - 57 \cdot 43$ – составное.
10. Разложите в непрерывную дробь числа
 - а) $\frac{123}{17}$
 - б) $\frac{43}{78}$
11. Решите уравнения:
 - а) $10x - 3y = 19$
 - б) $12x + 7y = 13$
12. Сколько блокнотов стоимостью 3 руб. и 4 руб. можно купить на 30 рублей?
13. Найти значение функции Эйлера для чисел:
 - а) 375; б) 990; в) 1400; г) 1890
14. Найдите число делителей, сумму делителей и значение функции Эйлера для числа $n = 225225$.
15. Найдите количество натуральных чисел, не превосходящих 12317 и взаимно простых с числом 1575
16. Найдите натуральное число, которое делится на 12 и имеет 14 различных натуральных делителей
17. Найдите натуральное число, имеющее только два простых делителя и число всех делителей 6, а сумма всех делителей которого равна 28.
18. Докажите, что $\varphi(4n) = 2\varphi(2n)$, $\varphi(4n+2) = \varphi(2n+1)$.
19. Найдите остаток от деления числа 117^{53} на 11
20. Найдите две последние цифры числа 331^{284}
21. Найти однозначное положительное число, 27 степень которого оканчивается цифрой 7.
22. Докажите, что $1^{11} + 2^{11} + 4^{11} + 5^{11} + 7^{11} + 8^{11} \equiv 0 \pmod{9}$.
23. Решите сравнение с помощью конечной непрерывной дроби $4x \equiv 6 \pmod{11}$
24. Решите сравнение любым способом $120x \equiv 160 \pmod{296}$

25. Решите систему сравнений: $x \equiv 3 \pmod{17}$

$$3x \equiv 6 \pmod{9}$$

26. Путем испытаний вычетов полной системы найдите решения следующих сравнений

а) $6x \equiv 5 \pmod{9}$;

б) $x^2 - 2x + 2 \equiv 0 \pmod{3}$;

27. Следующие сравнения решите способом Эйлера

а) $5x \equiv 26 \pmod{12}$;

б) $4x \equiv 7 \pmod{8}$.

28. Решите следующие сравнения с помощью индексов:

а) $x^{15} \equiv 6 \pmod{37}$;

б) $3x^3 \equiv 2 \pmod{37}$;

в) $16^x \equiv 11 \pmod{53}$;

г) $52^x \equiv 38 \pmod{61}$;

29. С помощью символа Лежандра выясните, какие из следующих сравнений имеют решения, найдите их решения:

а) $x^2 \equiv 6 \pmod{7}$;

б) $x^2 \equiv 3 \pmod{11}$.

Критерии оценки решенных задач:

максимальный балл за решенную задачу ставится в случае, если задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; обучающийся знает все определения и свойства понятий, используемых при решении задачи.

0 баллов задача не решена или за отказ от решения задачи

5 – обучающийся знает теорию, обучающийся решает задачу по наводящим вопросам преподавателя;

15 – обучающийся знает теорию, обучающийся знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения;

20 – обучающийся знает теорию, обучающийся знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение.

Методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

Критерии оценивания сформированности компетенции, формы (процедуры) оценивания представлены в Балльно-рейтинговой карте дисциплины.

Сформированность формируемых компетенций на уровне «знает», «умеет» проверяется в форме экзамена. На экзамене обучающийся демонстрирует знания определений основных понятий, теорем; умение решать задачи и пояснять их решение, а также доказывает теоремы и поясняет решения задач.